AREA OCH LIKFORMIGHET — NÅGRA UTVALDA UPPGIFTER FRÅN PAUL VADERLIND'S BOK

Uppgift 3.3. Hypotenusan AC in ΔABC skär hypotenusan BD i ΔABD i punkten E. EF är höjden i ΔABE. Bestäm längden av EF om $|AD|9$ och $|BC| = 12$.

Uppgift 3.4. På sidorna AD och BC av parallelogrammen $ABCD$ väljer man punkterna E respektive F, sådana att sträckorna BF och DE är lika långa. På sidan CD väljer man en godtycklig punkt K. Linjen AK skär linjen EF i punkten P, medan linjen BK skär EF i punkten Q. Visa att $|\Delta AEP| + |\Delta BFQ| = |\Delta PQK|$.

Uppgift 3.7. Punkterna D och E delar sidorna BC och AC av triangeln ΔABC i proportionerna $|BD| : |DC| = 1 : p$ och $|AE| : |EC| = 1 : q$. I vilken proportion delas AD av skärningspunkten mellan AD och BE?

Uppgift 3.9. De tre bisektriserna i en triangle går alltid genom samma punkt: medelpunkten för den i triangeln inskrivna cirkeln. Låt AA_1 vara bisketrisen till vinkeln A i ΔABC, där punkten A_1 ligger på sidan BC. Visa att medelpunkten O för den inskrivrna cirkeln delar sträckan AA_1 if förhållandet $|AO| : |OA_1| = (|AB| + |AC|) : |BC|$.

Uppgift 3.12. Antag att AC är den längre av parallellogrammen $ABCD$:s diagonalr. Låt punkterna E och F ligga på linjerna AB respektive AD, så att CE och CF är vinkelräta mot AB respektive AD. Visa att $|AB| \cdot |AE| + |AD| \cdot |AF| = |AC|^2$.

Uppgift 3.13. Punkten P ligger på bisektrisen till en vinkel med hörnet i A. Genom P dras en linje (ℓ) som skär vinkelns ben i punkterna B och C. Visa att talet $\frac{1}{|AB|} + \frac{1}{|AC|}$ inte beror på valet av linjen (ℓ).

Uppgift 3.15. Genom punkten Q inuti ΔABC dras tre linjer parallella med triangels sidor. Dessa linjer delar triangeln i sex delat, varav tre av dessa är trianglar med areorna S_1, S_2 respketive S_3. Visa att arean av ΔABC är lika med $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2$.

Uppgift 3.24. Givet är en triangel ΔABC. Bestäm alla punkter P sådana att $|\Delta PAB| = |\Delta PBC| = |\Delta PAC|$.

Uppgift 3.5. Givet en triangel ABC. Punkterna D och E ligger på sidorna BC respektive AC, och $\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{|CE|}{|EA|}$. Sträckorna AD och BE skär varandra i punkten P. Visa att triangeln ABP har samma area som fyrhörningen $CDPE$.

Uppgift 3.17. En cirkel med radien r är inskriven i en triangel. Man drar tre räta linjer som är parallella med triangelns sidor och som tangerar cirkeln. Dessa tre linjer skär ut tre små trianglar ur den ursprungliga triangeln. Låt r_1, r_2 och r_3 vara radier hos cirklarna som är inskrivna i de små trianglarna. Visa att $r_1 + r_2 + r_3 = r$.