

## HEMUPPGIFTER 240228

- (1) Ett visst spel för två spelare går till på följande sätt: Ett mynt placeras på den första rutan i en rad med nio rutor. Spelarna Xavier och Yngve turas om att göra något av följande drag: Flytta myntet framåt 1 steg, flytta myntet framåt 4 steg, eller flytta myntet *bakåt* två steg. För att ett drag ska vara tillåtet måste myntet landa på någon av de nio rutorna. Man vinner om man flyttar myntet till den nionde rutan.

Om Xavier gör det första draget, och båda spelarna spelar optimalt, vem vinner?

- (2) Ett antal kryss formade som \* som inte vidrör varandra tecknas på ett papper. Kryssen består alltså av 6 'ben' ut från en mittpunkt.

Två spelare  $A$  och  $B$  spelar ett spel med dessa kryss, där ett drag består i att dra en sluten kurva mellan två ben, antingen mellan två olika kryss eller från ett kryss till sig självt. Varje ben får bara användas en gång, och kurvan får inte korsa några tidigare dragna kurvor, eller vidröra andra kryss än de två.

Spelare  $A$  börjar, spelarna turas om att dra kurvor, och den spelare som inte kan göra ett drag har förlorat.

Avgör vilken av spelarna som vinner om båda spelar optimalt, om man börjar med 2019 kryss.

- (3) Spelet *Tjuv och Polis* spelas av två spelare på följande sätt.

- *Spelplan:* Positionerna är punkterna i ett triangulärt rutnät, så att varje position alltså är granne med sex andra positioner.
- *Speluppställning:* Tjuvspelaren placerar ut en pjäs ("tjuven") på en position på spelplanen, och därefter placerar Polisspelaren ut  $k$  stycken pjäser ("poliser") på valfria positioner, minst två steg bort från tjuven.
- *Drag i spelet:* Tjuvspelaren börjar och kan välja att låta tjuven stå kvar där den står, eller flytta den till en grannpunkt i det triangulära rutnätet. Därefter får polisspelaren för var och en av poliserna välja om den ska stå kvar eller flytta ett steg åt något håll. Därefter alternerar spelarna.
- *Vem som vinner:* Polisspelaren vinner om en polis i något läge står på samma position som tjuven. Tjuvspelaren vinner om den kan undgå att förlora hur länge som helst.

Hur stort måste  $k$  vara för att Polisspelaren ska kunna vara säker på att vinna?

*Bonusfråga:* Vad händer om polisspelaren måste sätta ut sina pjäser på avstånd minst  $m$  från tjuven?

- (4) (Svårare!) Ett spel med två spelare,  $A$  och  $B$  spelas så att  $A$  och  $B$  turas om att dra bort ett antal pinnar ur en hög med 2020 pinnar. Spelare  $A$  gör första draget, och den spelare som inte kan göra ett tillåtet drag förlorar. Om de tillåtna antalen pinnar som man får ta bort i ett drag är 3, 5, 9, 17, 33, 65, 129 och 257, avgör vilken av spelarna som vinner om båda spelar optimalt.

Du kan lämna in lösningar vid nästa träff (Onsdag 20:e mars) eller maila ([lars-daniel.ohman@umu.se](mailto:lars-daniel.ohman@umu.se)).